

1. సంఖ్యా వ్యవస్థ

* **సహజ సంఖ్యలు** : మనము సహజంగా లెక్కించే సంఖ్యలను “సహజ సంఖ్యలు” అంటారు. సహజ సంఖ్యలను N అక్షరంచే సూచిస్తారు.

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

* సహజ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య తరువాత వచ్చే సంఖ్యను “ఆ సంఖ్య యొక్క ఉత్తర సంఖ్య / తరువాత సంఖ్య” అంటారు. మరియు సహజ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య ముందు వచ్చే సంఖ్యను ఆ సంఖ్య యొక్క “ముందు సంఖ్య” లేదా “పూర్వసంఖ్య” అంటారు.

ఉదా : 9 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 10
9 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 8

* సహజ సంఖ్య 1 కి పూర్వ సంఖ్య లేదు.

* ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య కలదు. 1 కి తప్ప సహజ సంఖ్యలన్నీటికీ పూర్వ సంఖ్య కలదు.

* **పూర్ణాంకాలు** : సహజ సంఖ్యాసమితికి ‘సున్నా’ చేర్చితే ఏర్పడే సంఖ్యాసమితిని “పూర్ణాంకాల సమితి” అంటారు. దీనిని W చే సూచిస్తారు.

$$\text{పూర్ణాంకాల సమితి} : W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

)(పూర్ణాంకాలలో అతి చిన్న సంఖ్య ‘సున్నా’

)(ప్రతి పూర్ణాంకానికి ఉత్తర సంఖ్య కలదు. ‘0’ కి తప్ప, పూర్ణాంకాలన్నీటికీ పూర్వ సంఖ్య కలదు.

)(సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు అవుతాయి. కానీ పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలు కావు.

)(పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.

)(సున్నాతో భాగహారం నిర్వచింపబడదు.

)($\therefore a \div 0$ నిర్వచించబడదు.

)(పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మం, సహచర ధర్మం, సంకలనం మీద గుణకార విభాగన్యాయం పాటిస్తాయి.

)(పూర్ణాంకాలలో సంకలన తత్వమాంశం - ‘సున్నా’ (0)

గుణకార తత్వమాంశం - ఒకటి (1)

* **పూర్ణ సంఖ్యలు**: పూర్ణాంకాలకు తోడుగా ఋణ సంఖ్యలు కలుపగా ఏర్పడే నూతన సంఖ్యా సమితిని “పూర్ణ సంఖ్యలు” అంటారు. (లేదా)

ఋణ సంఖ్యలు, సున్నా, ధన సంఖ్యలు కలిగియున్న సమితిని “పూర్ణ సంఖ్యల సమితి” అంటారు. దీనిని Z అక్షరంతో సూచిస్తారు.

సంఖ్యారేఖ



)(సున్నా అనే పూర్ణ సంఖ్య ధనాత్మకం కాదు, ఋణాత్మకం కాదు.

)(రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం ధన సంఖ్య.

)(రెండు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం ధన సంఖ్య.

)(ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య మరియు ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం ఋణ సంఖ్య అవుతుంది.

)(రెండు అంతకంటే ఎక్కువ ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం “ధనపూర్ణ సంఖ్య” అవుతుంది.

(సరి సంఖ్య అయినపుడు) ఉదా : $-2 \times -4 \times -1 \times -3 = +24$

$+$	$\times$	$+$	$=$	$+$
$-$	$\times$	$-$	$=$	$+$
$+$	$\times$	$-$	$=$	$-$
$-$	$\times$	$+$	$=$	$-$

- రెండు అంతకంటే ఎక్కువ ఋణపూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం “ఋణపూర్ణ సంఖ్య” అవుతుంది.
(బేసి సంఖ్య అయినపుడు) ఉదా : $-1 \times -2 \times -3 = -6$
- ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యను మరొక ఋణపూర్ణ సంఖ్యచే భాగించిన వచ్చు భాగఫలం ధనసంఖ్య అవుతుంది.
ఉదా : $(-15) \div (-3) = 5$
- * a ఏదైనా ఒక పూర్ణ సంఖ్య, $a \div 0$ నిర్వచించబడదు. కాని $0 \div a = 0 (a \neq 0)$
- * a ఏదైనా ఒక పూర్ణ సంఖ్య, $a \div 1 = a$, $a \div -1 = -a$, $a \div a = 1$

ధర్మాలు

- * **సంవృత ధర్మము:** $a, b \in p$ అయిన $a \odot b \in p$ అవుతుంది. $p, \odot$ ప్రక్రియలో సంవృత ధర్మం కలిగియున్నదని అంటారు.
ఉదా : $1, 3 \in N$ అయిన $1 + 3 = 4 \in N$
సహజ సంఖ్యలు సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. (సంకలనం దృష్ట్యా)
ఉదా : $2, 5 \in W$ అయిన $2 - 5 = -3 \notin W$
పూర్ణాంకాలు వ్యవకలనం దృష్ట్యా సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవు.
- * **స్థిత్యంతర ధర్మము (వినిమయ ధర్మము)** : P, Q ప్రక్రియలో $a, b \in p$ అయిన $a \odot b = b \odot a$ అవుతుంది. స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది.
ఉదా : $i) -3 - 2 \in Z$ అయిన $(-3) + (-2) = (-2) + (-3)$
పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలనం దృష్ట్యా స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
ఉదా : $ii) 5, 10 \in Z$ అయిన $5 \div 10 = \frac{1}{2}$, $10 \div 5 = 2$
 $5 \div 10 \neq 10 \div 5$
పూర్ణ సంఖ్యలు భాగాహారం దృష్ట్యా స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటించవు.
- * **సహచర ధర్మము** : $a, b, c \in p$ అయిన $(a \odot b) \odot c = a \odot (b \odot c)$, $\odot$ ప్రక్రియలో సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది.
ఉదా : $2, 3, 4 \in N$ అయిన $(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$
 $2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$
సహజ సంఖ్యలు సంకలనం దృష్ట్యా సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
- * **తత్వమాంశ ధర్మము** : $a, b \in p$ అయిన $a \odot b = a$ అవుతుంది 'b' అనేది తత్వమాంశం.
ఉదా : $a + 0 = a$, '0' సంకలన తత్వమాంశం
 $a \times 1 = a$ '1' గుణకార తత్వమాంశం
గమనిక : సహజ సంఖ్యలకు సంకలన తత్వమాంశం లేదు.
- * **విలోమము** : $a, b \in p$ అయిన $a \odot b = e$, e అనగా తత్వమము
ఉదా : $i) a + (-a) = 0$ 'a' యొక్క సంకలన విలోమం : $-a$
 $ii) a \times \frac{1}{a} = 1$ 'a' యొక్క గుణకార విలోమం $= \frac{1}{a}$
గమనిక : 1. సహజ సంఖ్యలకు, పూర్ణాంకాలకు సంకలన విలోమము లేదు.
2. సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు సంకలనం దృష్ట్యా విలోమ ధర్మాన్ని పాటించవు.
3. శూన్యేతర అకరణీయ సంఖ్యలు మాత్రమే గుణకార విలోమాన్ని పాటిస్తాయి.
- * **విలోమము** : $a, b, c \in p$ అయిన $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$, దీనిని “విభాగన్యాయము” అంటారు.

పూర్ణాంకాల ధర్మాలు :

ధర్మము	సంకలనం	వ్యవకలనం	గుణకారము	భాగహారము
సంవృత ధర్మం	✓	✗	✓	✗
స్థిత్యంతర ధర్మం	✓	✗	✓	✗
సహచర ధర్మం	✓	✗	✓	✗
తత్వమాంశం	✓	-	✓	-
విలోమం	✗	-	✗	-

పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలు :

ధర్మము	సంకలనం	వ్యవకలనం	గుణకారము	భాగహారము
సంవృతధర్మం	✓	✓	✓	✗
స్థిత్యంతరధర్మం	✓	✗	✓	✗
సహచరధర్మం	✓	✗	✓	✗
తత్వమాంశం	✓	-	✓	-
విలోమం	✓	-	✗	-

- * **భిన్నము** : పూర్ణాంకంలోని భాగాన్ని “భిన్నం” అంటారు.
ఉదా : $\frac{5}{12}$ భిన్నంలో 5ను ‘లవం’ అని, 12 ని హారం అని అంటారు.

భిన్నాలు - రకములు :

- * **క్రమ భిన్నము** : లవం, హారం కంటే తక్కువ గల భిన్నాన్ని “క్రమ భిన్నము” అంటారు. దీని విలువ ఎల్లప్పుడూ 1 కంటే తక్కువ.
ఉదా : $\frac{2}{5}, \frac{5}{7}, \frac{6}{13}, \frac{21}{109}, \dots$ క్రమ భిన్నాలు..
- * **అపక్రమ భిన్నము** : లవ హారాలు సమానంగా గాని, హారం కంటే లవం ఎక్కువగా గల భిన్నాలను “అపక్రమ భిన్నాలు” అంటారు.
ఉదా : $\frac{16}{9}, \frac{25}{8}, \frac{36}{36}, \dots$ మొ॥ అపక్రమ భిన్నాలు
- * **మిశ్రమ భిన్నము** : పూర్ణాంకం, క్రమ భిన్నం కలిసి ఉన్న భిన్నాన్ని “మిశ్రమ భిన్నము” అంటారు.
ఉదా : $1\frac{2}{3}, 3\frac{4}{7}, 7\frac{3}{11}$ మొ॥
- * **దశాంశ భిన్నము** : ఒక భిన్నము యొక్క హారములు 10, 100, 1000, 10,000, మొదలగునవి గల భిన్నములను “దశాంశ భిన్నములు” అంటారు.
ఉదా : $\frac{3}{10}, \frac{7}{100}, \frac{24}{1000}, \dots$ మొ॥
- * **సాధారణ భిన్నము** : ఒక భిన్నము యొక్క హారాలు 10, 100, 1000, మొదలగునవి కాకుండా ఏ ఇతర పూర్ణ సంఖ్య హారముగా గల భిన్నాలను “సాధారణ భిన్నాలు” అంటారు.
ఉదా : $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{6}{13}, \dots$ మొ॥
- * **సమాన భిన్నాలు** : ఒక భిన్నం యొక్క లవహారాలను ఒకే సంఖ్యతో గుణించిననూ, భాగించిననూ ఏర్పడే భిన్నాలను దానికి “సమాన భిన్నాలు” అంటారు.
ఉదా : $\frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{8}, \frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}, \frac{3}{4} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{16}, \dots$
 $\therefore \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \dots$
- * **సజాతి భిన్నాలు** : సమాన హారాలు గల భిన్నాలను “సజాతి భిన్నాలు” అంటారు.

$$\text{ఉదా : } \frac{4}{11}, \frac{3}{11}, \frac{7}{11}, \frac{10}{11}, \dots$$

- * **విజాతి భిన్నాలు** : సమాన హారాలు లేని భిన్నాలను “విజాతి భిన్నాలు” అంటారు.

$$\text{ఉదా : } \frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{11}{12}, \frac{19}{40}, \dots$$

- * భిన్నాల గుణకారము అనగా లవాల లబ్ధం / హారాల లబ్ధం

- * లో (of) అనేది గుణకారమును సూచిస్తుంది.

$$\text{ఉదా : } 240 \text{ లో } 20\% = 240 \times \frac{20}{100} = 48$$

- * రెండు క్రమ భిన్నాల లబ్ధం, ప్రతి క్రమ భిన్నము కంటే తక్కువ.

$$\text{ఉదా : } \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21} \quad \text{లో} \quad \frac{10}{21} < \frac{2}{3} \quad \text{మరియు} \quad \frac{10}{21} < \frac{5}{7}$$

- * ఒక భిన్నంలోని లవహారాలను తారుమారు చేయగా ఏర్పడిన భిన్నాన్ని ఆ భిన్నము యొక్క “వ్యుత్తమం” (గుణకార విలోమం) అంటారు.

$$\text{ఉదా : } \frac{3}{5} \text{ యొక్క వ్యుత్తమం} = \frac{5}{3} \quad 2 \text{ యొక్క గుణకార విలోమం} = \frac{1}{2}$$

- * ఒక పూర్ణ సంఖ్యను ఒక భిన్నముచే భాగించాలంటే ఆ పూర్ణ సంఖ్యను ఆ భిన్నము యొక్క గుణకార విలోమంచే గుణించాలి.

$$\text{ఉదా : } 5 \div \frac{7}{3} = 5 \times \frac{3}{7} = \frac{15}{7}$$

- * ఒక భిన్నను మరొక భిన్నముచే భాగించాలంటే మొదటి భిన్నమును రెండవ భిన్నము యొక్క గుణకార విలోమంచే గుణించాలి.

$$\text{ఉదా : } \frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$$

- * **భిన్నము యొక్క సూక్ష్మరూపము** : ఒక భిన్నమును సూక్ష్మరూపంలో రాయాలంటే లవ, హారాలకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం ఉండకూడదు.

ఒక భిన్నము సూక్ష్మరూపంలో ఉంటే లవ, హారాల గ.సా.కా ‘1’ అవుతుంది.

- * **దశాంశ భిన్నాలు** : 10, 100, 1000, మొదలయిన సంఖ్యలు హారాలుగా గల భిన్నాలను “దశాంశ భిన్నాలు” అంటారు. దశాంశ భిన్నాలను దశాంశ బిందువును ఉపయోగించి రాస్తారు.

$$\text{ఉదా : } \frac{5}{10} = 0.5, \quad \frac{15}{100} = 0.15$$

- * ఒక దశాంశ సంఖ్య యందు రెండు భాగాలు కలవు.

1. పూర్ణాంకిక భాగము

2. దశాంశ భాగము

$$\text{ఉదా : } 17.235 \text{ నందు పూర్ణాంకిక భాగము } 17$$

$$\text{దశాంశ భాగము} = 0.234$$

ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000, మొదలగు సంఖ్యలతో గుణించునపుడు ఆ సంఖ్యలో సున్నాల సంఖ్యను లెక్కించి లబ్ధంలో అన్ని స్థానాలు కుడివైపుకు దశాంశ సంఖ్యలో గల దశాంశ బిందువును

జరపాలి.

$$\text{ఉదా : } 2.35 \times 10 = 23.5 \quad 12.356 \times 100 = 1235.6$$

- * ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000, మొదలగు సంఖ్యలతో భాగించునపుడు ఆ సంఖ్యలలో సున్నాల

సంఖ్యను లెక్కించి భాగఫలంలో అన్ని స్థానాలు ఎడమవైపుకు దశాంశ బిందువును జరపాలి.

$$\text{ఉదా : } 132.7 \div 10 = 13.27$$

$$17.36 \div 100 = 0.1736$$

- ★ **అకరణీయ సంఖ్యలు :** p, q లు పూర్ణ సంఖ్యలు, $q \neq 0$, $\frac{p}{q}$ రూపంలో రాయగల సంఖ్యలను “అకరణీయ సంఖ్యలు” అంటారు. (లేదా)

పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు భిన్నాలను కలిపి “అకరణీయ సంఖ్యలు” అంటారు. దీనిని

$$'Q' \text{ చే సూచిస్తారు. } Q = \left\{ \frac{p}{q}, q \neq 0 \right\}$$

అకరణీయ సంఖ్యలు - ధర్మాలు :

ధర్మము	సంకలనం	వ్యవకలనం	గుణకారము	భాగహారము
సంవృతధర్మం	✓	✓	✓	✓ (0 తప్ప)
స్థిత్యంతరధర్మం	✓	✗	✓	✗
సహచరధర్మం	✓	✗	✓	✗
తత్వమాంశం	✓	-	✓ (0 తప్ప)	-
విలోమం	✓	-	✓	-

* రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య అనంతమైన “అకరణీయ సంఖ్యలు” ఉంటాయి. ఈ ధర్మాన్ని “సాంద్రత ధర్మము” అంటారు.

→ a మరియు b అనే రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య $\frac{a+b}{2}$ అనే అకరణీయ సంఖ్య ఉంటుంది.

- ★ **అంతము గల దశాంశ భిన్నాలు :** ఒక దశాంశ బిందువు తరువాత పరిమిత సంఖ్యలో అంకెలు ఉంటే ఆ భిన్నాలను “అంతముగల దశాంశ భిన్నాలు” అంటారు. (లేదా)

హారానికి 2గాని, 5గాని లేదా 2 మరియు 5 గాని మాత్రమే కారణంకాలు ఉంటే ఆ దశాంశ భిన్నాలను “అంతముగల దశాంశ భిన్నాలు” అంటారు.

$$\text{ఉదా : } \frac{1}{2} = 0.5, \frac{3}{8} = 0.375, \frac{13}{25} = 0.52$$

- ★ **అంతము లేని దశాంశ భిన్నాలు :** హారానికి 2గాని, 5గాని లేదా 2 మరియు 5 గాని మాత్రమే కాకుండా ఏ ఇతర కారణంకంగాని ఉంటే ఆ దశాంశ భిన్నాలను “అంతము లేని దశాంశ భిన్నాలు” అంటారు.

$$\text{ఉదా : } \frac{2}{3}, \frac{3}{11}, \frac{11}{30} \dots \dots \text{ మొదలైనవి.}$$

- ★ **అంతము లేని ఆవర్తన దశాంశ భిన్నాలు :** దశాంశ భాగంలోని కొన్ని అంకెలు ఆవర్తనము (పునరావృతం) అయితే ఆ భిన్నాన్ని “ఆవర్తన దశాంశ భిన్నము” అంటారు.

→ అంతముకాని దశాంశ భిన్నములో ఆవర్తనమయ్యే అంకెను “వ్యవధి” అంటారు.

→ అంతముకాని దశాంశ భిన్నములో వ్యవధిలోని అంకెల సంఖ్యను “అవధి” అంటారు.

$$\text{ఉదా : } \frac{1}{3} = 0.3333 \dots = 0.\bar{3} \text{ అవధి : 1, వ్యవధి 3}$$

$$\frac{5}{3} = 0.1666 \dots = 0.\bar{1}6 \text{ అవధి : 1, వ్యవధి 6}$$

$$0.1275 \text{ లో అవధి : 2, వ్యవధి : 75}$$

“వర్గమూలములు” మరియు “ఘనమూలములు”

- * a^m లో 'a' ను 'భూమి' అని, 'm' ను 'ఘాతాంకం' అని అంటారు. $a^m = a \times a \times a \times \dots$ (m సార్లు)
- * ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాంకం రెండు అయిన దానిని వర్గం అంటారు $a^2 = a \times a$
- * ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యచే గుణించిన వచ్చే ఫలితంను వర్గం అంటారు. $a \times a = b$ అయిన b ను వర్గము అంటారు.

- * **ఖచ్చిత వర్గము :** ఒక పూర్ణ సంఖ్య 'm'ను n^2 (మరొక పూర్ణ సంఖ్య) గా వ్రాసిన 'm'ను వర్గ సంఖ్య అని లేదా n యొక్క వర్గము 'm' అంటారు.
- ఒక అకరణీయ సంఖ్య మరొక అకరణీయ సంఖ్య వర్గమునకు సమానము అయిన దానిని 'ఖచ్చిత వర్గము' అంటారు.
- అన్ని వర్గ సంఖ్యలు ఖచ్చిత వర్గాలే కాని అన్ని ఖచ్చిత వర్గాల సంఖ్యలు కావు. ఉదా : $3 \times 3 = 3^2 = 9$ ఇది వర్గ సంఖ్య మరియు ఖచ్చిత వర్గం.
 $1.2 \times 1.2 = 1.44$ ఇది వర్గ సంఖ్య కాదు మరియు ఖచ్చిత వర్గం.

* **వర్గ సంఖ్యల ధర్మాలు :**

1. ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో 2,3,7 లేదా 8 ఉంటే అవి వర్గ సంఖ్యలు కావు.
ఉదా : 152, 7693, 14357, మొ॥ వర్గ సంఖ్యలు కావు.
2. ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య యొక్క చివర నున్నా అన్ని అంకాలు సరి సంఖ్య అవుతుంది.
ఉదా : 15000, 2700000లు ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్యలు కావు.
3. “సరి సంఖ్యల వర్గం ఎల్లప్పుడూ సరిసంఖ్య” అవుతుంది. మరియు “బేసి సంఖ్యల వర్గం ఎల్లప్పుడూ బేసి సంఖ్య” అవుతుంది.
ఉదా : $12^2 = 144$ సరి సంఖ్య
 $17^2 = 289$ బేసి సంఖ్య
4. ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె ఆ సంఖ్య వర్గంలో ఒకట్ల స్థానంలో వచ్చే అంకె.

0	-	0
1 లేదా 9	-	1
2 లేదా 8	-	4
3 లేదా 7	-	9
4 లేదా 6	-	4
5	-	5

ఒక సంఖ్యలో 'n' అంకాలు ఉన్నా దాని వర్గ సంఖ్యలో '2n' లేదా '2n-1' అంకాలు ఉంటాయి.

ఉదా : ఒక సంఖ్యలో '4' అంకాలు ఉన్నా దాని వర్గ సంఖ్యలో '8' లేదా '7' అంకాలు ఉంటాయి.
(7 అంకాలు)

- * రెండు వరుస సంఖ్యల వర్గాల భేదం ఆ సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం. అనగా ఒక సహజ సంఖ్య అయిన $(n+1)^2 - n^2 = n+1+n = 2n+1$

ఉదా : $11^2 - 10^2 = 11+10 = 21$

$347^2 - 346^2 = 347+346 = 693$

- * రెండు వరుస సంఖ్యల వర్గాలు n^2 మరియు $(n+1)^2$ మధ్య : $2n$; వర్గ సంఖ్యలు కాని పూర్ణ సంఖ్యలు ఉంటాయి.

ఉదా : 20^2 మరియు 21^2 ల మధ్య గల వర్గ సంఖ్యలు కాని పూర్ణ సంఖ్యలు $= 2(20) = 40$

- * మొదటి n బేసి సహజ సంఖ్యల మొత్తం మొదటి సహజ సంఖ్యల వర్గమునకు సమానం.

$$1+3+5+\dots+2n-1=n^2$$

$$\text{ఉదా : } 1+3+5+7+9+\dots+5^2=25$$

- * “పాలిండ్రోమ్ సంఖ్యలు” లేదా “ద్విముఖ సంఖ్యలు”: పాలిండ్రోమ్ అనగా ఒక పదం, వాక్యం లేదా సంఖ్యను ఎటువైపు నుండి చదివినా ఒకే విధంగా ఉంటుంది.

$$\text{ఉదా : } \text{MADAM, వికటకవి, 12321, మొ॥}$$

- * రెండు వరుస సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం మరియు రెండు వరుస సంఖ్యల భూముల లబ్ధి వర్గముకి కలిపితే రెండు వరుస సంఖ్యల భూముల లబ్ధి తరువాత సంఖ్య వర్గమునకు సమానం అవుతుంది.

$$n^2 + (n+1)^2 + (n^2 + n)^2 = (n^2 + n + 1)^2$$

$$\text{ఉదా : } 2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2 \left[\because 2^2 + 3^2 + (2 \times 3)^2 = (2 \times 3 + 1)^2 \right]$$

$$\begin{aligned} * \text{ ఏదైనా ఒక బేసి సంఖ్య యొక్క వర్గాన్ని రెండు వరుస సంఖ్యల మొత్తంగా రాయవచ్చు. } & \left(\frac{n^2-1}{2} + \frac{n^2+1}{2} \right) \\ \text{ఉదా : } 7^2 = 49 = 24 + 25 & \left[\left(\frac{7^2-1}{2} + \frac{7^2+1}{2} \right) \right] \\ & \left(\frac{49-1}{2} + \frac{49+1}{2} \right) \\ & \left(\frac{48}{2} + \frac{50}{2} \right) \\ & 24 + 25 \end{aligned}$$

* పైథాగోరియన్ త్రికాలు:

- * a, b, c లు మూడు ధనపూర్ణ సంఖ్యలు అయిన $a^2 + b^2 = c^2$ అయితే a, b, c లను “పైథాగోరియన్ త్రికాలు” అంటారు.
- * a, b, c లకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం లేకపోతే (a, b, c) ని ప్రాథమిక త్రికం అంటారు.
- * 1 కంటే ఎక్కువ గల సహజ సంఖ్య n యొక్క పైథాగోరియన్ త్రికం $(2n, n^2-1, n^2+1)$.
ఉదా : $(3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17), (6, 8, 10), (7, 24, 25)$ మొ॥ పైథాగోరియన్ త్రికములు.
- * రెండు వరుస త్రిభుజ సంఖ్యల మొత్తం ఒక వర్గ సంఖ్య అవుతుంది. త్రిభుజ సంఖ్యలు : $1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots$ మొ॥

$$\begin{aligned} \text{ఉదా : } 1+3 &= 4 = 2^2 \\ 3+6 &= 9 = 3^2 \text{ మొ॥} \end{aligned}$$

- * రెండు వరుస బేసి సంఖ్యల లబ్ధికి 1 కలిపితే వచ్చే ఫలితం ఆ రెండు సంఖ్యల మధ్యగల సరిసంఖ్య వర్గమునకు సమానము.

$$(2n-1)(2n+1)+1=(2n)^2$$

$$\begin{aligned} \text{ఉదా : } 1 \times 3 + 1 &= 3 + 1 = 4 = 2^2 \\ 5 \times 7 + 1 &= 35 + 1 = 36 = 6^2 \end{aligned}$$

- * రెండు వరుస సరి సంఖ్యల లబ్ధికి 1 కలిపితే వచ్చే ఫలితం ఆ రెండు సంఖ్యల మధ్యగల బేసి సంఖ్య వర్గమునకు సమానము.

$$(2n) \times (2n+2) + 1 = (2n+1)^2$$

$$\begin{aligned} \text{ఉదా : } 2 \times 4 + 1 &= 8 + 1 = 9 = 3^2 \\ 6 \times 8 + 1 &= 48 + 1 = 49 = 7^2 \end{aligned}$$

- ★ **వర్గమూలము** : ఒక వర్గ సంఖ్యను సమాన కారణంకాల లబ్ధంగా వ్రాసిన ఆ కారణంకాన్ని వర్గ సంఖ్యకు “వర్గమూలం” అంటారు. వర్గ మూలం నకు గుర్తు $\sqrt{\quad}$.
- $\therefore a \times a = b$ (లేదా) $a^2 = b$ ఇందు 'a'ను 'b' యొక్క “వర్గమూలం” అంటారు.
- ఉదా : $5 \times 5 = 25$
- 25 యొక్క వర్గమూలం $= \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$
- * ధన వర్గమూలాన్ని “ప్రధాన వర్గమూలం” అంటారు.
- * పరిపూర్ణ వర్గ సంఖ్యల వర్గమూలమును పునరావృత వ్యవకలనం ద్వారా సులభంగా కనుగొనవచ్చు.
- ఉదా : 16 వర్గమూలం $16 - 1 = 15$
- $15 - 3 = 12$
- $12 - 5 = 7$
- $7 - 7 = 0$
- $\therefore \sqrt{16} = 4$ (మొత్తం వరుసల సంఖ్య)

- ★ **ఘన సంఖ్యలు** : ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాంకం '3' అయిన ఆ సంఖ్యను “ఘనం” అంటారు.
- $\therefore a^3 = a \times a \times a$
- 1,8,27,64..... లను “ఘన సంఖ్యలు” లేదా “పరిపూర్ణ ఘనాలు” అంటారు.
- గమనిక: ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యచే మూడు సార్లు గుణించగా వచ్చు సంఖ్యను “ఘనము” అంటారు.
- 'n' వరుస బేసి సంఖ్యలను కూడగా వచ్చే మొత్తం n^3 అవుతుంది.
- ఉదా : $3 + 5 = 8 = 2^3$
- * 1 మరియు 100 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు : 4 అవి 1,8,27,64.
- * 1 మరియు 500 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు : 7 అవి 1,8,27,64,125,216,343
- * 1 మరియు 1000 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు : 9 అవి 1,8,27,64,125,216,343,512,729
- * 500 మరియు 1000 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు : 2 అవి 512 మరియు 729
- * రెండు వరుస ఘన సంఖ్యల భేదం ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్ధంను 3 రెట్లు చేసి 1 కలుపగా వచ్చే మొత్తంనకు సమానం.

$$\begin{aligned} \text{ఉదా : } 3^3 - 2^3 &= 3(3 \times 2) + 1 \\ 27 - 8 &= 3(6) + 1 \\ 19 &= 18 + 1 \\ 19 &= 19 \\ LHS &= RHS \end{aligned}$$

- * మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల ఘనాల మొత్తం ఆ సహజ సంఖ్యల మొత్తం వర్గమునకు సమానము.
- i.e. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$
- ★ **ఘన మూలము** : ఒక ఘన సంఖ్యను మూడు సమాన కారణంకాల లబ్ధంగా వ్రాసిన ఆ కారణంకాన్ని ఘన సంఖ్యకు “ఘనమూలం” అంటారు. ఘనమూలంనకు గుర్తు $\sqrt[3]{\quad}$
- " $a \times a \times a = b$ " లేదా " $a^3 = b$ " లేదా " $\sqrt[3]{b} = a$ " ఇందు 'a'ను b యొక్క “ఘనమూలం” అంటారు.

ఉదా : $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

$$64 \text{ యొక్క ఘనమూలం} = \sqrt[3]{64}$$

$$= \sqrt[3]{4^3}$$

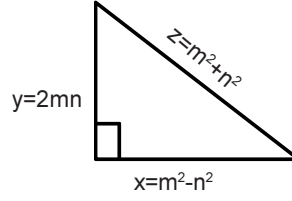
$$= 4$$

* “వర్గ సంఖ్య” మరియు “ఘనసంఖ్య” అగు రెండంతెల సంఖ్య = 64

$$64 = 8^2$$

$$64 = 4^3$$

* **నిత్య త్రిభుజము** : ఒక లంబకోణ త్రిభుజపు అన్ని భుజాల కొలతలు పూర్ణాంకాలుగా ఇచ్చే సూత్రము డైలెంట్‌న్ కాలనికే అనే గ్రీకు శాస్త్రవేత్త పరిచయం చేశాడు.



ఉదా :

m	n	$x = m^2 - n^2$	$y = 2mn$	$z = m^2 + n^2$
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
5	2	21	20	29
4	3	7	24	25
4	1	15	8	17
3	1	8	6	10

వీటిని “పైథాగోరియన్ త్రికములు” అని కూడా అంటారు.

సంఖ్యలతో ఆడుకుందాం

* లంకెల స్థాన విలువ, విస్తరణ రూపం :

$$\rightarrow 645 = 600 + 40 + 5$$

$$= 6(100) + 4(10) + 5(1)$$

$$\rightarrow \underline{7}894 \text{ లో } 7 \text{ స్థాన విలువ} = 7000$$

$$\text{ముఖ విలువ} = 7$$

$$\rightarrow ab = 10a + b$$

$$abc = 100a + 10b + c$$

$$\rightarrow \underline{abc}de \text{ లో } c \text{ యొక్క స్థానవిలువ} = 100c$$

$$\rightarrow 100x + 10y + z = xyz$$

* కారణాంకాలు, గుణిజములు :

→ ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య యొక్క “కారణాంకాలు” అంటారు.

$$\text{ఉదా : } 36 \text{ యొక్క కారణాంకాలు} = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$$

$$15 \text{ యొక్క కారణాంకాలు} = 1, 3, 5, 15$$

- ప్రతి కారణాంకము ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే తక్కువ లేక సమానంగా ఉంటుంది.
- ప్రతి సంఖ్య దానికదే కారణాంకము అవుతుంది. '1' ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకం అవుతుంది.
- ఒక సంఖ్యచే విశ్లేషంగా భాగించబడే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య యొక్క "గుణిణాలు" అంటారు.
ఉదా : 3 యొక్క గుణిణాలు = 3, 6, 9, 12,
4 యొక్క గుణిణాలు = 4, 8, 12, 16,
- '1' తప్ప మిగిలిన సహజ సంఖ్యలలో '1' మరియు అదే సంఖ్య తప్ప వేరే ఇతర కారణాంకాలు లేకుంటే, ఆ సంఖ్యలను "ప్రధాన సంఖ్యలు" అంటారు.
ఉదా : 2, 3, 5, 7, 11, మొ॥నవి.
- ఒక సంఖ్యకు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉంటే వాటిని "సంయుక్త సంఖ్యలు" అంటారు.
'1' ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

* కారణాంకాల సంఖ్యను కనుగొనుట :

- 1) ఒక సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధముగా వ్రాయగా,

$$N = 2^a \times 3^b \times 5^c \dots\dots\dots$$
 అయిన
 కారణాంకాల సంఖ్య = $(a+1)(b+1)(c+1)\dots\dots\dots$
 ఉదా : 36 యొక్క కారణాంకాల సంఖ్యను కనుగొనండి.

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

 36 యొక్క కారణాంకాల సంఖ్య

$$= (2+1)(2+1)$$

$$= 3 \times 3$$

$$= 9$$

 ఒక సంఖ్యకు అనంతమైన గుణిణములు ఉంటాయి.

* భాజనీయతా సూత్రాలు :

2 యొక్క భాజనీయతా నిమయము

- ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో '0' లేదా '2' లేదా '4' లేదా '6' లేదా '8' అంకెలు ఉండాలి.
 ఉదా : 23468 - ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 8. కావున '2' చే భాగింపబడుతుంది.
 మూడు అంకెల సంఖ్య = abc (అనుకొనుము)

$$abc = 100a + 10b + c$$

$$= \underbrace{2(50a + 5b)}_{2 \text{ గుణిజం}} + c$$

 'abc' '2' చే భాగింపబడాలి అంటే c విలువ '0' లేదా '2' లేదా '4' లేదా '6' లేదా '8' అవ్వాలి.

3 యొక్క భాజనీయతా నిమయము

- ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం '3' యొక్క గుణిజం కావాలి.
 ఉదా : 378, అంకెల మొత్తం = $3 + 7 + 8 = 18$ (3 గుణిజం) కావున 378, 3చే భాగింపబడుతుంది.

- abc మూడంకెల సంఖ్య అనుకొనుము

$$abc = 100a + 10b + c$$

$$= 99a + 9b + a + b + c$$

$$= \underbrace{3(33a + 3b)}_{3 \text{ గుణిజం}} + (a + b + c)$$

'abc' : 3' చే భాగింపబడాలి అంటే $(a + b + c)$ విలువ 3 యొక్క గుణిజం కావాలి.

ఉదా 24c, 3' చే భాగింపబడాలి అంటే యొక్క కనిష్ట విలువ

Ans. అంకెల మొత్తం $= 2 + 4 + c$
 $= 6 + c$

అంకెల మొత్తం '3' యొక్క గుణిజం కావాలంటే యొక్క కనిష్ట విలువ 0.

* 4 యొక్క భాజనీయతా నిమయము ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్లు, పదుల స్థానంలోని సంఖ్య '4' చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య '4' చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 378416 సంఖ్యలోని ఒకట్లు, పదుల స్థానంలో సంఖ్య (4 చే భాగింపబడుతుంది.)

కావున ఇచ్చిన సంఖ్య 378416, 4 చే భాగింపబడుతుంది.

→ abcd ఒక నాలుగు అంకెల సంఖ్య అయిన,

$$\begin{aligned} abcd &= 1000a + 100b + 10c + d \\ &= 4(250a + 25b) + 10c + d \end{aligned}$$

4 యొక్క గుణిజం 4 యొక్క గుణిజం అవశేషం

Ex. 1. 94689a6, 4 చే భాగింపబడాలి అంటే 'a' యొక్క కనిష్ట విలువ ఎంత ?

Ans. 94689a6 లో ఒకట్లు, పదుల స్థానంలో సంఖ్య $= a6$

ఒకట్ల స్థానంలో '6' ఉండే 4 గుణిజాలు $= 16, 36, 56, 76, 96$

∴ a యొక్క కనిష్ట విలువ $= 1$

a యొక్క గరిష్ట విలువ $= 9$

2. 378A3460, 4 చే భాగింపబడాలి అంటే 'A' యొక్క కనిష్ట విలువ $= 0$, గరిష్ట విలువ $= 9$

* 5 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానంలో '0' లేదా '5' ఉంటే ఆ సంఖ్య '5' చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 1. 347895, ఒకట్ల స్థానంలో '5' ఉంది. కావున '5' చే భాగింపబడుతుంది.

2. 45678A, సంఖ్య '5' చే భాగింపడాలంటే A యొక్క కనిష్ట విలువ 0.

3. 346786, సంఖ్య '5' చే భాగింపడాలంటే, కలపవలసిన కనిష్ట సంఖ్య ఎంత

Ans. $346786 + 4 = 346790$

4. 6B ను '5' తో భాగించిన '1' శేషము వచ్చును. అయిన B కు ఏమీ విలువలు ఉండవచ్చును 1 లేదా 6.

5. 76C ను 5 తో భాగించిన '2' శేషము వచ్చును. అయిన 'C' యొక్క గరిష్ట విలువ $= 7$

* 6 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఒక సంఖ్య '2' మరియు '3' ల చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్య '6' చే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 1. 378642.

378642, సరిసంఖ్య కావున '2' చే భాగింపబడుతుంది.

$3 + 7 + 8 + 6 + 4 + 2 = 30$ (3 గుణిజం) కావున '3' చే భాగింపబడుతుంది.

∴ ఇచ్చిన సంఖ్య '6' చే భాగింపబడుతుంది.

2. ABC, '6' చే భాగింపబడాలంటే $A + B + C$ యొక్క కనిష్ట విలువ $= 3$

(ABC ఒక మూడంకెల సంఖ్య)

* 7 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

* ABC ఒక మూడంకెల సంఖ్య అయిన,

$$\begin{aligned} ABC &= 100A + 10B + C \\ &= \underbrace{7(14A + B)}_{7 \text{ గుణిజం}} + \underbrace{(2A + 3B + C)}_{7 \text{ గుణిజం}} \end{aligned}$$

ABC , 7 చే భాగింపబడాలంటే " $2A + 3B + C$ " విలువ 7 యొక్క గుణిజం కావాలి

$$\begin{aligned} \text{ఉదా : 1. } 343 &\rightarrow 2A + 3B + C = 2(3) + 3(4) + 3 \\ &= 6 + 12 + 3 \\ &= 21 \text{ (7 గుణిజం)} \end{aligned}$$

కావున '343', '7' చే భాగింపబడుతుంది.

$$2. \quad 99C : 7 \text{ భాగింపడాలంటే } A \text{ యొక్క కనిష్ట విలువ} = 4$$

$$\begin{aligned} 99C, \quad 2A + 3B + C &= 2(9) + 3(9) + C \\ &= 18 + 27 + C \\ &= 45 + C \end{aligned}$$

$$45 \text{ కు దగ్గరగా గల 7 యొక్క గుణిజం} = 49$$

$$= 45 + C = 49$$

$$C = 49 - 45$$

$$C = 4$$

* 8 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్లు, పదులు, వందల స్థానంలోని సంఖ్య '8' చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య '8' చే భాగింపబడుతుంది.

$$\text{ఉదా : 1. } 3786436$$

$$436, 8 \text{ చే భాగింపబడలేదు}$$

$$\text{కావున } 3786436, '8' \text{ చే భాగింపబడదు.}$$

Note : $ABCD$ ఒక నాలుగు అంకెల సంఖ్య అయిన, $(4B + 2C + D)$ విలువ 8 గుణిజం అయితే " $ABCD$ 8 చే భాగింపబడుతుంది. (గుణిజం కావాలి.)

$$\text{ఉదా : 1. } 7752,$$

$$4B + 2C + D = 4(7) + 2(5) + 2 = 28 + 10 + 2 = 40 \text{ (8 గుణిజం)}$$

కావున 7752, 8 చే భాగింపబడుతుంది.

$$2. \quad 36874A, 8 \text{ చే భాగింపబడిన, } A \text{ విలువ} = 4$$

$$\begin{aligned} 4a + 2b + c &= 4(7) + 2(4) + A \\ &= 28 + 8 + A \\ &= 36 + A \end{aligned}$$

$$36 \text{ కు దగ్గరగా గల '8' గుణిజం } 40$$

$$\rightarrow 36 + A = 40$$

$$A = 40 - 36$$

$$= 4$$

* 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం '9' యొక్క గుణిజం అయితే, ఆ సంఖ్య '9'చే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 1. $8378649 \Rightarrow 8+3+7+8+6+4+9 = 45$ (9 గుణిజం)

కావున, 8378649, 9చే భాగింపబడుతుంది.

2 $34A$, 9చే భాగింపబడాలంటే A యొక్క గరిష్ట విలువ = 2

$3+4+A = 7+A$ (7 దగ్గరగా గల 9 గుణిజాలు = 9, 18,)

$7+A=9$

$7+A=18$

$A=9-7$

$A=18-7$

$A=2$

$A=11$

$\therefore A$ యొక్క విలువ = 2

* 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానంలో "0" ఉంటే అది "10" చే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 6780, 10చే భాగింపబడుతుంది.

36891, 10చే భాగింపబడదు.

* 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఒక సంఖ్యలోని సరి స్థానములలోని అంకెల మొత్తం మరియు బేసి స్థానములలోని అంకెల మొత్తంల భేదము '11' యొక్క గుణిజము లేక '0' అయిన ఆ సంఖ్య '11'చే భాగింపబడును.

ఉదా : $61809 \rightarrow 6+8+9 = 23$

$1+0 = (-)1$

$\overline{22}$ (11 గుణిజం)

కావున 61809, 11 చే భాగింపబడును.

* హెలిండ్రిమ్ సంఖ్యలు అన్ని '11'చే భాగింపబడతాయి.

* ఒక మూడు అంకెల సంఖ్యను రెండుసార్లు రాయగా వచ్చే సంఖ్య '11'చే భాగింపబడుతుంది.

* $10^{2n} - 1 (\forall n \in N)$ సంఖ్య 9, 11, లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : $10^{2n} - 1 = 10^{10} - 1$ (If $n = 5$)

$= 10000000000 - 1$

$= 9999999999$ (9, 11లచే భాగింపబడుతుంది)

* $a^n + b^n, (a+b)$ చే భాగింపబడుతుంది. (n బేసి సంఖ్య అయినపుడు)

* $a^n - b^n, (a-b)$ చే భాగింపబడుతుంది. $[\forall n \in N]$

ఉదా : $3^{11} + 2^{11}$, ను భాగించే సంఖ్య 5

* $(a^{2n+1} + b^{2n+1}), (a+b)$ తో నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

* 'a' అను సంఖ్య 'b' చే భాగింపబడిన అది 'b' యొక్క అన్ని కారణాంకాలచే భాగింపబడును.

ఉదా : 24, 12 చే భాగింపబడుతుంది. అదే విధంగా 12 యొక్క కారణాంకాలు 1,2,3,4,6,12లచే కూడా 24 భాగింపబడుతుంది.

- * a, b లు 'c' చే భాగింపడిన, $(a + b)$ కూడా 'c' తో భాగింపబడుతుంది.
- * a, b లు 'c' చే భాగింపడిన, $(a - b)$ కూడా 'c' తో భాగింపబడుతుంది.
- * "abcabc" ఆరు అంకెల సంఖ్య 7,13,11లచే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా :
$$\begin{aligned} 243243 &= 243000 + 243 \\ &= 243(1000 + 1) \\ &= 243(1001) \\ &= 243(7 \times 11 \times 13) \end{aligned}$$

- * $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (n వరుస సహజ సంఖ్యల మొత్తం)
- * n వరుస బేసి సంఖ్యల మొత్తం $= n^2$

ఉదా :
$$\begin{aligned} 1 + 3 + 5 + 7 + 9 &= 5^2 = 25 \\ 1 + 3 + 5 + \dots + 99 &= 50^2 = 2500 \end{aligned}$$

- * n వరుస సరి సంఖ్యల మొత్తం $= n(n+1)$

ఉదా :
$$\begin{aligned} 2 + 4 + 6 + 8 + 10 &= 5(6) = 30 \\ 2 + 4 + 6 + \dots + 100 &= 50 \times 51 = 2550 \end{aligned}$$

- * 1 నుండి 100 వరకు 5 చే భాగింపబడు సంఖ్యల మొత్తం = _____

Ans. $5 + 10 + \dots + 100 = 5(1 + 2 + \dots + 20)$

$$= \frac{5 \times 20 \times 21}{2}$$

$$= 1050$$

- * 50 నుండి 85 వరకు గల 5చే భాగింపబడు సంఖ్యల మొత్తం = _____

Ans. $= (5 + 10 + 15 + \dots + 85) - (5 + 10 + \dots + 45)$

$$= 5(1 + 2 + \dots + 17) - 5(1 + 2 + \dots + 9)$$

$$= \frac{5 \times 17 \times 18}{2} - \frac{5 \times 9 \times 10}{2} = 5 \times 9(17 - 5) = 5 \times 9 \times 12 = 540$$

సాధించిన సమస్యలు

1. రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మొత్తం $\frac{-3}{5}$ అందులో ఒక సంఖ్య $\frac{-9}{20}$ అయిన రెండవ సంఖ్య కనుగొనుము?

సాధన. రెండు సంఖ్యల మొత్తం $= \frac{-3}{5}$
 మొదటి సంఖ్య $= \frac{-9}{20}$

రెండవ సంఖ్య x అనుకొనిన

$$x + \left(\frac{-9}{20}\right) = \frac{-3}{5}$$

$$x = \frac{-3}{5} - \left(\frac{-9}{20}\right)$$

$$x = \frac{-3}{5} + \frac{9}{20} = \frac{-12+9}{20} = \frac{-3}{20}$$

2. $\frac{3}{-14}$ ను ఏ సంఖ్యచే గుణించిన లబ్ధం $\frac{5}{12}$ అగును

సాధన. గుణించవలసిన సంఖ్య x అనుకొనుము

$$\frac{3}{-14} \times x = \frac{5}{12}$$

$$x = \frac{5}{12} \times \frac{-14}{3} = \frac{-35}{18}$$

3. ఖచ్చిత వర్గమయ్యే 5 అంకెల గరిష్ట సంఖ్యను కనుగొనుము.

సాధన. ముందుగా 5 అంకెల గరిష్ట సంఖ్య 99999ను భాగావార పద్ధతిన వర్గమూలము కనుగొను పద్ధతిన సాధించగా

3	99999	316
	9	
61	99	
	61	
626	3899	
	3756	
	143	

$$5 \text{ అంకెల గరిష్ట వర్గ సంఖ్య} = 99999 - 143 = 99856$$

4. 1600ను ఏ కనిష్ట సంఖ్యచే భాగించిన పరిపూర్ణ ఘనం అగును.

సాధన. 1600ను ప్రధాన కారణంకాల లబ్ధంగా వ్రాసిన

$$1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$\text{భాగించవలసిన కనిష్ట సంఖ్య} = 5 \times 5$$

$$= 25$$

5. $\frac{-3}{8} \times \frac{-7}{13}$ యొక్క గుణకార విలోమము కనుగొనుము.

$$\text{ఉదా } \frac{-3}{8} \times \frac{-7}{13} = \frac{21}{104}$$

$$\text{గుణకార విలోమము} = \frac{104}{21}$$

6. $\frac{23}{2^5 \times 5^7}$ అంతమయ్యే దశాంశము అగునా ?

సాధన. ఒక భిన్నము యొక్క కనిష్ఠ రూపములోని హారానికి 2 మరియు 5 తప్ప మరే ప్రధాన కారణంకాలు లేకుంటే అది అంతమయ్యే దశాంశము అగును.

$$\frac{23}{2^5 \times 5^7} \text{ అంతమయ్యే దశాంశము అగును}$$

7. ఒక తరగతిలోని 60 మంది విద్యార్థులలో $\frac{1}{3}$ వ వంతు బాలికలు అయిన ఆ తరగతిలో బాలురు ఎందరు ?

సాధన తరగతిలోని మొత్తం విద్యార్థులు = 60 మంది

$$\text{బాలికల సంఖ్య} = \frac{1}{3} \times 60 = 20 \text{ మంది}$$

$$\text{బాలుర సంఖ్య} = 60 - 20$$

$$= 40 \text{ మంది}$$

8. ఈ క్రింది వానిని అకరణీయ సంఖ్యా రూపములో వ్రాయండి.

సాధన. (i) $5.\overline{2}$ (ii) $6.\overline{28}$ (iii) $0.\overline{375}$

$$(i) \quad 5.\overline{2} = \frac{52 - 5}{9} = \frac{47}{9}$$

$$(ii) \quad 6.\overline{28} = \frac{628 - 6}{99} = \frac{622}{99}$$

$$(iii) \quad 0.\overline{375} = \frac{375 - 3}{990} = \frac{372}{990}$$

9. $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ సూక్ష్మీకరింపుము.

ఉదా : $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \dots \dots \times \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}$

10. $4^{24} \cdot 25^{24}$ సంఖ్యలోని అంకెల సంఖ్య కనుగొనుము.

ఉదా : $4^{24} \cdot 25^{24} = (4 \cdot 25)^{24} = (100)^{24} = (10^2)^{24} = 10^{48}$

$$4^{24} \cdot 25^{24} \text{ సంఖ్యలో } 49 \text{ అంకెలుంటాయి.}$$

11. $\sqrt{576} = 24$ అయిన $\sqrt{5.76} + \sqrt{0.0576}$ విలువ కనుగొనుము.

ఉదా. $\sqrt{5.76} + \sqrt{0.0576} = 2.4 + 0.24 = 2.64$

12. 3^{1997} సంఖ్యలో చివరి అంకె ఎంత ?

ఉదా $3^1 = 3$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

3 యొక్క ఘాతవిలువలోని చివరి అంకె పునరావృతమయ్యే పరిమాణము 4 కావున

$$3^{1997} = 3^{4 \times (499) + 1}$$

$$3^{1997} \text{ సంఖ్యలో చివరి అంకె } = 3$$

13. $2\frac{1}{2} + 3\frac{5}{7} \times \frac{3}{13} - \frac{1}{2} \div 4$ సూక్ష్మీకరింపుము.

సాధన. $2\frac{1}{2} + 3\frac{5}{7} \times \frac{3}{13} - \frac{1}{2} \div 4 = \frac{5}{2} + \frac{26}{7} \times \frac{3}{13} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

$$= \frac{5}{2} + \frac{6}{7} - \frac{1}{8}$$

$$= \frac{140 + 48 - 7}{56} = \frac{188 - 7}{56} = \frac{181}{56} = 3\frac{13}{56}$$

14. If $x = \frac{1}{2}$ అయిన $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ విలువ కనుగొనుము.

సాధన. $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + 2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

15. $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{9}{10}$ ల గ.సా.కా కనుగొనుము.

$$\text{భిన్నాల గ.సా.కా.} = \frac{\text{లవముల గ.సా.కా.}}{\text{హారముల క.సా.గు}} = \frac{4, 5, 9 \text{ గ.సా.కా.}}{5, 6, 10 \text{ క.సా.గు}} = \frac{1}{30}$$

Practice Bits Level - 1

1. ఈ క్రింది వానిలో సరికానిది ? ()
 A) $a \div a = 1$ B) $0 \div a = 0$ C) $a \div 0 = 0$ D) $a \div -1 = -a$
2. ఈ క్రింది వానిలో విలోమ ధర్మమును సూచించునది ? ()
 A) $a + b = b + a$ B) $a + 0 = a$ C) $a + (-a) = 0$ D) $a(b + c) = ab + ac$
3. సరియైన దానిని గుర్తించుము. ()
 p) $a + b = b + a$ i) విభాగ స్వాయము
 q) $(a + b) + c = a + (b + c)$ ii) తత్వమస్వాయము
 r) $a(b + c) = ab + ac$ iii) వినిమయం
 s) $a + 0 = a$ iv) సహచర స్వాయము
 A) p - iv, q - iii, r - i, s - ii B) p - iii, q - iv, r - i, s - ii
 C) p - iii, q - i, r - iv, s - ii D) p - iv, q - i, r - iii, s - ii
4. ఈ క్రింది వానిలో సంకలన తత్వమాంశము లేని సమితి ? ()
 A) N B) W C) Z D) Q
5. ఈ క్రింది వానిలో భాగాహారం దృష్ట్యా సంవృత ధర్మాన్ని పాటించునది ? ()
 A) N B) W C) Z D) Q
6. a, b లు రెండు అకరణీయ సంఖ్యలయిన వాటి మధ్యనుండి అకరణీయ సంఖ్య ? ()
 A) $\frac{a+b}{2}$ B) $a+b$ C) $2a+b$ D) $(a+b)(a-b)$
7. ఒక ప్రాంతంలో ఉష్ణోగ్రత చల్లబడుతూ గది ఉష్ణోగ్రత $50^{\circ}C$ నుండి ప్రతి గంటకు $3^{\circ}C$ చొప్పున తగ్గుతూవుంది. అయిన రోజులో $\frac{3}{4}$ వంతు వరకు ఇదే విధముగా తగ్గుతూ వచ్చిన $\frac{3}{4}$ రోజు తరువాత ఉష్ణోగ్రత ఎంత ? ()
 A) $14^{\circ}C$ B) $-4^{\circ}C$ C) $-22^{\circ}C$ D) $-12^{\circ}C$
8. ఒక పరీక్షలో 8 ప్రశ్నలు కలవు. ప్రతి సరియైన సమాధానానికి 5 మార్కులు మరియు తప్పు సమాధానానికి (-2) మార్కులు ఇవ్వడం జరిగినది. అలాగే వ్రాయని ప్రశ్నకి '0' మార్కులు కేటాయించడం జరిగినది. రవి అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాసిన వాటిలో 3 తప్పు అయినవి. అయిన రవికి వచ్చిన మార్కులు ఎన్ని ? ()
 A) 25 B) 5 C) 19 D) 17
9. ఒక ఎలివేటర్ నిమిషానికి 5 మీ లోతుకు వెళుతుంది. అయితే ఇది నేల మట్టానికి 50 మీ ఎత్తునుండి ప్రారంభమయిన -255 మీ లోతుకు వెళ్ళుటకు పట్టే కాలము నిమిషాలలో ()
 A) 51 B) 53 C) 55 D) 61
- 10 $a = (-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times (-1) \times 100$ సార్లు $b = (-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times (-1) \times 99$ అయిన $a + b$ ()
 A) -1 B) -2 C) 0 D) 1
11. $9\frac{4}{5}$ ను ఏ సంఖ్యచే గుణించగా 42 వస్తుంది. ()
 A) $\frac{30}{7}$ B) $\frac{7}{30}$ C) $4\frac{1}{7}$ D) $4\frac{3}{7}$
12. ఒక బకెట్‌లో $24\frac{3}{4}$ లీటర్ల నీరు కలదు. ఈ నీటిని ఖాళీచేయుటకు $\frac{3}{4}$ లీటర్ల జగ్గులను ఎన్నింటిని నింపవచ్చు. ()
 A) 35 B) 33 C) 37 D) 29
13. రెండు సంఖ్యల లబ్ధం $20\frac{5}{7}$ వానిలో ఒక సంఖ్య $6\frac{2}{3}$ అయిన రెండవ సంఖ్య ఎంత ? ()
 A) $3\frac{5}{28}$ B) $3\frac{7}{28}$ C) $3\frac{3}{28}$ D) $2\frac{3}{28}$

14. ఈ క్రింది వానిలో ఏది అసత్యము. ()
 A) సహజ సంఖ్యలన్నీ అకరణీయ సంఖ్యలు B) పూర్ణ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలగును
 C) పూర్ణాంకాలన్నీ అకరణీయ సంఖ్యలవృత్తాయి D) పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలు కావు
15. ఒక కారు 1 లీటరు పెట్రోలుతో 16 కి.మీ. ప్రయాణించగలదు. అయిన $2\frac{3}{4}$ లీటర్ల పెట్రోలుతో ప్రయాణించగల దూరం ()
 A) 55 కి.మీ B) 45 కి.మీ C) 48కి.మీ D) 44 కి.మీ
16. ఒక పండ్ల వ్యాపారి ఒక్కొక్క నారింజను $5\frac{1}{4}$ రూపాయలకు అమ్ముగా 630 రూపాయలు పొందిన అతను ఎన్ని డజన్ల నారింజలను అమ్మి ఉన్నాడు ? ()
 A) 10 B) 12 C) 14 D) 8
17. పూర్ణాంకాలు గుణకారం దృష్ట్యా పాటించే ధర్మము ()
 A) సంవృత ధర్మము B) వినిమయ ధర్మము C) సహచర ధర్మము D) పైవన్నీ
18. $-1+2-3+4-5+6\ldots\ldots-2017+2018$ విలువ? ()
 A) 4036 B) 1009 C) 1008 D) 0
19. ఈ క్రింది వానిలో ఏది సత్యము ? ()
 A) $130 \div 0 = 0$ B) $150 \div 1 = 50$ C) $0 \times 130 = 0$ D) $150 \times 1 = 151$
20. ఒక ఫ్యాను సెకనుకి 5 భ్రమణాలు పూర్తిచేసిన ఒకరోజులో ఫ్యాను చేసిన భ్రమణాల సంఖ్య (రోజులో 2 గంటలు కరెంటు కోత విధించబడినది.) ()
 A) 396000 B) 39600 C) 395000 D) 398000
21. ఒక దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు 5.7 సెం.మీ. మరియు వెడల్పు 3.5 సెం.మీ. అయిన వైశాల్యం ? ()
 A) 19.25 cm^2 B) 19.95 cm^2 C) 18.95 cm^2 D) 17.95 cm^2
22. ఒక కారు 2.2 గంటలలో 89.1 కి.మీ ప్రయాణించగలదు. అయిన 1 గంటలో ప్రయాణించే దూరం? ()
 A) 38.5 కి.మీ B) 27.5 కి.మీ C) 40.5 కి.మీ D) 44.5 కి.మీ
23. 0.48 ను $\frac{p}{q}$ రూపంలో కనిష్ఠ పదాలలో వ్రాయగా $p+q = \dots\dots\dots$ ()
 A) 148 B) 74 C) 37 D) 147
24. $\frac{-3}{7} = \frac{x}{35}$ అయిన x విలువ ()
 A) 15 B) 21 C) 15 D) 21
25. $\frac{-5}{8}$ కు ఎంత కలిపిన $\frac{5}{9}$ వచ్చును. ()
 A) $\frac{85}{72}$ B) $\frac{72}{75}$ C) $\frac{-82}{75}$ D) $\frac{12}{85}$
26. $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{3}{2}$ అయిన $(x+y) \div (x-y)$ విలువ ? ()
 A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{17}{5}$ C) $\frac{-12}{5}$ D) $\frac{-13}{5}$
27. రెండు సంఖ్య మొత్తము $\frac{-4}{2}$ అందులో ఒక సంఖ్య -5 అయిన వేరొక సంఖ్య ? ()
 A) $\frac{20}{3}$ B) $\frac{11}{3}$ C) $\frac{14}{3}$ D) $\frac{16}{3}$

28. $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)$ నుండి ఎంత తీసివేసిన $\frac{-1}{6}$ వచ్చును. ()
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$
29. $\frac{-13}{5}$ మరియు $\frac{12}{7}$ ల మొత్తాన్ని $\frac{-31}{7}$ మరియు $\frac{-1}{2}$ ల లబ్ధంతో భాగించగా.....
- అందులో ఒక సంఖ్య -5 అయిన వేరొక సంఖ్య ? ()
- A) $\frac{-2}{5}$ B) $\frac{-7}{5}$ C) $\frac{12}{5}$ D) $\frac{-20}{3}$
30. $0.\overline{2} + 0.2\overline{3} = \dots\dots\dots$ ()
- A) $0.4\overline{3}$ B) $0.4\overline{5}$ C) $0.4\overline{3}$ D) $0.4\overline{5}$
31. ఈ క్రింది వానిలో అంతమయ్యేది? ()
- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{17}{6}$ C) $\frac{54}{99}$ D) $\frac{37}{5}$
32. ఒక దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా $8\frac{3}{5}$ మరియు $8\frac{2}{3}$ అయిన చుట్టుకొలత? ()
- A) $32\frac{6}{15}$ B) $30\frac{4}{15}$ C) $34\frac{8}{15}$ D) $36\frac{8}{15}$
33. $0.454545\dots\dots$ ను $\frac{p}{q}$ రూపంలో వ్రాయగా $p+q \dots\dots\dots$ ()
- A) 15 B) 16 C) 13 D) 17
34. $\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{8}{11}$ మరియు $\frac{5}{9}$ లలో కనిష్ఠ విలువ ? ()
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{8}{11}$ D) $\frac{5}{9}$
35. $x = (-23) + 22 + (-23) + 22\dots\dots\dots$ 40 పదాలు మరియు $y = 11 + (-10) + 11 + (-10) + \dots\dots\dots$ 20 పదాలు అయిన $y - x = \dots\dots\dots$ ()
- A) 40 B) 10 C) 20 D) 30
36. $x = (-1)^{2018}$; $y = (1)^{2018}$ మరియు $x + y = z$ అయిన $x + y + z = \dots\dots\dots$ ()
- A) 0 B) 2 C) 4 D) 3
37. ఒక రిజర్వాయర్‌లో ప్రతిరోజు నీటిమట్టము 4 అడుగులు పెరిగి 3 అడుగులు తగ్గుతుంది. రిజర్వాయర్‌లో ముందే 3 అడుగులు నీరు వున్న 10 రోజుల తరువాత రిజర్వాయర్‌లో నీటిమట్టము ఎంత ? ()
- A) 10 అడుగులు B) 13 అడుగులు C) 6 అడుగులు D) 14 అడుగులు
38. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{9}{10} = \dots\dots\dots$ ()
- A) $\frac{463}{110}$ B) $\frac{462}{119}$ C) $\frac{463}{120}$ D) $\frac{463}{119}$
39. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ అయిన $\frac{4}{5} + \frac{y-x}{y+x}$ విలువ ? ()
- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{6}{5}$

40. గురు ఒక పుస్తకంలో $\frac{3}{5}$ వ భాగం చదివిన ఇంకా 80 పేజీలు చదవవలసియున్నది. పుస్తకంలో గల మొత్తం పేజీలు ఎన్ని ? ()
- A) 100 B) 200 C) 400 D) 300
41. $\frac{-3}{4}$ ను ఎంతతో గుణించిన $\frac{2}{3}$ వచ్చును. ()
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{4}{9}$ D) $-\frac{8}{9}$
42. $(2 \times x) + (2 \times 6) = 2 \times (x + 6)$ లో ఇమిడి వున్న న్యాయము. ()
- A) సహచర B) వినిమయ C) విభాగ D) తత్వము
43. $(-2) \times (3 \times 4) = (-2 \times 3) \times 4$ లో ఇమిడి వున్న న్యాయము. ()
- A) పూర్ణాంకాలలో గుణకారం దృష్ట్యా సహచర న్యాయం B) పూర్ణ సంఖ్యలలో గుణకారం దృష్ట్యా వినిమయ న్యాయం
C) అకరణీయ సంఖ్యలలో గుణకారం దృష్ట్యా సహచర న్యాయం
D) సహజ సంఖ్యలలో గుణకారం దృష్ట్యా సహచర న్యాయం
44. $0.\overline{54} + 4.\overline{7}$ యొక్క వ్యవధి ()
- A) 32 B) 61 C) 47 D) 27
45. ఒక సంఖ్యలో $\frac{2}{3}$ వ భాగము ఆ సంఖ్యలో $\frac{1}{7}$ వ భాగము కంటే 36 ఎక్కువ అయిన ఆ సంఖ్య ? ()
- A) 156 B) 140 C) 132 D) 144
46. ఈ క్రింది వానిలో అంతము కాని దశాంశము. ()
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{3.66}{6}$ D) $\frac{5}{32}$
47. ఈ క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలలో $\frac{-2}{5}$ మరియు $\frac{-1}{5}$ మధ్య ఉండని అకరణీయ సంఖ్య ()
- A) $\frac{-1}{4}$ B) $\frac{-3}{10}$ C) $\frac{-5}{10}$ D) $\frac{-7}{20}$
48. ఈ క్రింది వానిలో దానికదే వ్యుత్కమము అయ్యే సంఖ్యలు ()
- A) 0,1 B) 5,1 C) -1,1 D) 0,-1
49. ఒక వ్యక్తి తన జీతంలో $\frac{1}{4}$ వ వంతు ఇంటి అద్దెకు, మిగిలిన దానిలో $\frac{1}{3}$ వ వంతు ఆహారానికి మరియు 3000 రూ. విద్యకు ఖర్చు చేసెను. అతని జీతం 24000 రూ. అయిన అతని వద్ద మిగిలివున్న సొమ్ము ఎంత ? ()
- A) 900 B) 3000 C) 9000 D) 90000
50. $\frac{5}{12}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}$ భిన్నాలను అవరోహణ క్రమంలో వ్రాయగా..... ()
- A) $\frac{7}{16}, \frac{3}{8}, \frac{5}{12}$ B) $\frac{5}{12}, \frac{7}{16}, \frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{16}, \frac{5}{12}, \frac{3}{8}$ D) $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{16}$
51. ఒక ఇన్స్టింగ్ లో అత్యధిక స్కీరు మొత్తంలో $\frac{3}{11}$ వ వంతు మరియు రెండవ అత్యధిక స్కీరు మిగిలిన స్కీరులో $\frac{3}{11}$ వ వంతు ఈ రెండింటి మధ్య తేడా 63 పరుగులు అయిన మొత్తం స్కీరు ఎంత ? ()
- A) 836 B) 850 C) 847 D) 900

52. $\frac{3}{4} \div 3$ యొక్క గుణకార విలోమము ()
 A) 4 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{4}{9}$
53. $a+b=7$, $b+c=10$, $c+a=11$ అయిన a విలువ ? ()
 A) 7 B) 4 C) 3 D) 5
54. $3^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28}$ ని నిశ్శేషంగా భాగించునది ? ()
 A) 11 B) 16 C) 25 D) 30
55. $549 \times 56 \times 28 \times 684$ లబ్ధంలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 8 అయిన $*$ స్థానంలోని అంకె ? ()
 A) 4 B) 3 C) 2 D) 1
56. 586723 సంఖ్యలో 6 యొక్క స్థాన విలువ మరియు ముఖ విలువ మధ్య తేడా ఎంత ? ()
 A) 723 B) 6717 C) 5994 D) ఏదీకాదు
57. $\frac{5}{13}$ ను దశాంశ రూపంలో వ్రాయగా దశాంశ అవధి ? ()
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8
58. $x = 0.\overline{7}$ మరియు $y = 0.\overline{23}$ అయిన $(x+y)$ మరియు $(x-y)$ ల మధ్య గల అకరణీయ సంఖ్య ? ()
 A) $\frac{4}{11}$ B) $\frac{5}{11}$ C) $\frac{53}{55}$ D) $\frac{12}{11}$
59. $2\frac{1}{3}$ మీటర్ల గుడ్డ ఖరీదు $75\frac{1}{4}$ రూపాయలు అయిన మీటరు గుడ్డ ఖరీదు ? ()
 A) 35.25 B) 41.75 C) 32.25 D) 37.75
60. $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7^2}{2^5 \times 5^3 \times 3^2 \times 7}$ అనునది ()
 A) అంతమయ్యే దశాంశము B) అంతము కాని దశాంశము
 C) అంతముకాని ఆవర్తనము కాని దశాంశము D) అంతముకాని ఆవర్తనమయ్యే దశాంశము
61. ఈ క్రింది వానిలో ఖచ్చిత వర్గము కానిది. ()
 A) 6400 B) 8400 C) 90000 D) 10000
62. 2017^2 మరియు 2018^2 ల మధ్య ఉండే సంఖ్యలు ఎన్ని ? ()
 A) 2018 B) 2017 C) 4035 D) 4034
63. 1 నుండి 1000 వరకు గల సంఖ్యలలో ఖచ్చిత ఘనాలు ఎన్ని ? ()
 A) 7 B) 8 C) 9 D) 10
64. $\sqrt{1296} = 36$ అయిన $\sqrt{0.001296} = \dots\dots\dots$ ()
 A) 0.36 B) 0.036 C) 0.0036 D) 3.60
65. ఈ క్రింది వానిలో పైథాగోరియన్ త్రికము కానిది. ()
 A) (6,8,10) B) (12,16,20) C) (6,4,10) D) (16,30,34)
66. 2018^2 మరియు 2020^2 ల మధ్య ఉండే పూర్ణ సంఖ్యలు ఎన్ని ? ()
 A) 8034 B) 8074 C) 8075 D) 8077
67. n యొక్క ఏ విలువలకు $n^2 + 96$ అనునది ఖచ్చిత వర్గము ? ()
 A) 23,10,5,2 B) 25,12,4,3 C) 28,14,6,7 D) ఏదీకాదు
68. $\sqrt{mn} = 8$ అయి $m+n$ కు సాధ్యమయ్యే కనిష్ట విలువ ? ()
 A) 15 B) 20 C) 25 D) 30
69. నాలుగు అంకెల కనిష్ట వర్గసంఖ్య ? ()
 A) 1024 B) 9801 C) 1056 D) 1225

70. ఈ క్రింది వానిలో పెద్దది $2^{2^{2^2}}, ((2^2)^2)^2, 2222, 222^2$ ()
 A) $2^{2^{2^2}}$ B) $((2^2)^2)^2$ C) 2222 D) 222^2
71. 3645 ఏ కనిష్ట సంఖ్యచే గుణించిన పరిపూర్ణ వర్గం అగును. ()
 A) 5 B) 3 C) 7 D) 11
72. రెండు సంఖ్యల లబ్ధము 1296. వానిలో ఒక సంఖ్య రెండవ సంఖ్యకు 16 రెట్లు అయిన రెండు సంఖ్యల మొత్తము. ()
 A) 144 B) 153 C) 162 D) 81
73. ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేసిన 4000 ఖచ్చిత వర్గమవుతుంది ? ()
 A) 39 B) 43 C) 34 D) 31
74. $3^{11} + 5^{13}$ ను భాగించే కనిష్ట ప్రధానాంకము. ()
 A) 2 B) 3 C) 5 D) 7
75. ఏ కనిష్ట సంఖ్యచే గుణించిన 7803 పరిపూర్ణ ఘనం అవుతుంది. ()
 A) 11 B) 13 C) 17 D) 23
76. రవి మైనముతో చేసిన ప్రమాణ ఘనాలను ఉపయోగించి 12 సెం.మీ, 8 సెం.మీ మరియు 3 సెం.మీ. కొలతలు గల దీర్ఘ ఘనాన్ని తయారుచేసెను ? అతడు తయారీకి కనీసము ఎన్ని ప్రమాణ ఘనాలను ఉపయోగించారు ()
 A) 288 B) 144 C) 256 D) 128
77. వర్గ సంఖ్య మరియు ఘన సంఖ్య అగు రెండంతెల సంఖ్య ? ()
 A) 16 B) 27 C) 64 D) 81
78. 6412కు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కలిపిన పరిపూర్ణ వర్గసంఖ్య అగును. ()
 A) 147 B) 149 C) 163 D) 167
79. 1600ని ఏ కనిష్ట సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చు భాగఫలము సంపూర్ణ ఘనము అగును. ()
 A) 5 B) 4 C) 25 D) 2
80. $12\sqrt{18} + \sqrt{32}$ ()
 A) $40\sqrt{2}$ B) $30\sqrt{2}$ C) $20\sqrt{2}$ D) $70\sqrt{2}$
81. ఆరు అంకెల సంఖ్యలో మిక్కిలి పెద్దదైన ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య. ()
 A) 998011 B) 988001 C) 998001 D) 988801
82. $5^{\sqrt{x}} + 12^{\sqrt{x}} = 13^{\sqrt{x}}$ అయిన $x = \dots\dots\dots$ ()
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
83. ఒక వృత్తాకార ప్రదేశ వైశాల్యము 6.16 చ.మీ. అయిన దాని చుట్టుకొలత ()
 A) 7.6 B) 5.6 C) 6.6 D) 8.8
84. $\sqrt{41 - \sqrt{21 + \sqrt{19 - \sqrt{9}}}}$ = ()
 A) 5 B) 6 C) 7 D) 8
85. $\sqrt[3]{\frac{0.027}{0.008}} \div \sqrt{\frac{0.09}{0.04}} - 1$ ()
 A) 0 B) 1 C) 1.4 D) 2.1
86. $\sqrt{19.36} + \sqrt{0.1936} + \sqrt{0.001936}$ విలువ ()
 A) 488.4 B) 48.84 C) 4.884 D) 0.4884
87. ఏ రెండు పూర్ణాంకాల మధ్య $\sqrt{1000}$ విలువ వుంటుంది. ()
 A) 29 మరియు 30 B) 30 మరియు 31 C) 31 మరియు 32 D) 32 మరియు 33

88. 4 అంకెలు గల గరిష్ట ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య. ()
 A) 9901 B) 9801 C) 9081 D) 9999
89. ఈ క్రింది వానిలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను 3గా కలిగి వున్నది. ()
 A) 123^3 B) 198^3 C) 206^3 D) 157^3
90. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార ప్రదేశ పొడవు, వెడల్పులు 4:3 నిష్పత్తిలో వున్నాయి. దాని వైశాల్యం 6.75 హెక్టార్లు అయిన దాని చుట్టుకొలద మీటర్లలో ()
 A) 1050 B) 1450 C) 525 D) 725
91. 34 A సంఖ్య 2చే భాగించబడిన శేషం '0', 5 చే భాగించబడిన శేషం '1' అయిన A విలువ ఎంత? ()
 A) 0 B) 2 C) 1 D) 5
92. 2 A 8 సంఖ్య 2చే భాగించబడిన A కు గల విలువ సంఖ్య? ()
 A) 9 B) 99 C) అనంతం D) 10
93. 32కు గల కారణాంకాల సంఖ్య? ()
 A) 5 B) 6 C) 36 D) 16
94. 345 A 7, 3తో భాగింపబడిన A యొక్క విలువ? ()
 A) 2 B) 5 C) 8 D) పైవన్నీ
95. ఈ క్రింది వానిలో 11చే భాగింపబడని సంఖ్య? ()
 A) 12344321 B) 234554320 C) 12345678 D) 87655678
96. 1 నుండి 120 వరకు గల సరి సంఖ్యల మొత్తం? ()
 A) 3660 B) 7260 C) 3600 D) 240
97. $5A1 - 23A = 325$ అయిన A విలువ? ()
 A) 2 B) 3 C) 6 D) 1
98. $Y + Y + Y = MY$ అయిన M, Y విలువ? ()
 A) 1,5 B) 5,1 C) 5,5 D) 1,1
99. $10^{2n} - 1$ ఈ క్రింది వానిలో ఏ సంఖ్యచే భాగింపబడుతుంది. ()
 A) 9 B) 11 C) 3 D) పైవన్నీ
100. ఈ క్రింది వానిలో ఏ సంఖ్యచే $1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + 4^{11}$ భాగింపబడుతుంది. ()
 A) 2 B) 4 C) 5 D) 7
101. $8A5 + 94A = 1A33$ అయిన A విలువ ()
 A) 6 B) 7 C) 8 D) 9
102. $AB \times 2 = B02$ అయిన A, B విలువ ()
 A) 5,1 B) 1,5 C) 1,1 D) 5,5
103. $(10^n - 1)$ సంఖ్య 11చే భాగింపబడుటకు నియమము. ()
 A) n ఏదైనా సహజ సంఖ్య B) n ఏదైనా సరి సహజ సంఖ్య
 C) n ఏదైనా బేసి సహజ సంఖ్య D) n అనునది 11 యొక్క గుణిజం
104. ఈ క్రింది వానిలో 7, 11, 13లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడు సంఖ్య. ()
 A) 123321 B) 121312 C) 123123 D) 132123
105. 311131113111 యొక్క కారణాంకము. ()
 A) 8 B) 3 C) 4 D) 2
106. 7^{2007} కు గల కారణాంకాల సంఖ్య. ()
 A) 2006 B) 2007 C) 2008 D) 2009

107. $x^2 + x + 11$ అనునది ప్రధాన సంఖ్య అయ్యే విధంగా x విలువ ()
 A) 1 B) 2 C) 3 D) పైవన్నీ
108. $a = 4b + 2b$, b ఒక ధనపూర్ణ సంఖ్య అయిన ఈ క్రింది వానిలో 'a' ని నిశ్శేషంగా భాగించనిది. ()
 A) 2 B) 5 C) 4 D) 6
109. a, b, c, d లు 5 యొక్క వరుస గుణిజాలు అయిన $(a - c)(d - b) = \dots\dots\dots$ ()
 A) 100 B) -100 C) 25 D) -25
110. $1^{2007} + 2^{2007} + 3^{2007} + \dots\dots\dots + 2006^{2007}$ ఈ క్రింది వానిలో దేనిచే భాగించబడుతుంది ()
 A) 2007 B) 2006 C) 2005 D) 2004

LEVEL - 1. ANSWERS

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| 1. C | 21. B | 41. D | 61. B | 81. C | 101. C |
| 2. C | 22. C | 42. C | 62. D | 82. D | 102. A |
| 3. B | 23. C | 43. C | 63. B | 83. D | 103. B |
| 4. A | 24. C | 44. A | 64. D | 84. B | 104. C |
| 5. D | 25. A | 45. B | 65. C | 85. A | 105. B |
| 6. A | 26. D | 46. B | 66. C | 86. C | 106. C |
| 7. B | 27. B | 47. C | 67. D | 87. C | 107. D |
| 8. C | 28. C | 48. C | 68. B | 88. B | 108. A |
| 9. D | 29. A | 49. C | 69. A | 89. D | 109. B |
| 10. C | 30. B | 50. C | 70. D | 90. A | 110. A |
| 11. A | 31. D | 51. C | 71. A | 91. C | |
| 12. B | 32. C | 52. A | 72. B | 92. D | |
| 13. C | 33. B | 53. B | 73. D | 93. B | |
| 14. B | 34. D | 54. D | 74. A | 94. D | |
| 15. D | 35. D | 55. B | 75. C | 95. C | |
| 16. A | 36. C | 56. C | 76. A | 96. A | |
| 17. D | 37. B | 57. C | 77. C | 97. C | |
| 18. B | 38. C | 58. C | 78. B | 98. A | |
| 19. C | 39. C | 59. C | 79. C | 99. D | |
| 20. A | 40. B | 60. A | 80. A | 100. C | |